S. 60 / 1   Kleinste Entfernung

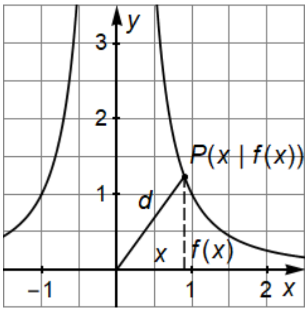
c) Welche Punkte des Graphen der gebrochen-rationalen Funktion f mit $f(x) = 1/x^2$ und $x \neq 0$ haben vom Ursprung die kleinste Entfernung?

Abstand eines belieb. Punktes P(x | f(x)) vom Ursprung:

Pythagoras:

$d^2 = x^2 + (f(x))^2$
$\quad = x^2 + (1/x^2)^2 =$
$\quad = x^2 + 1/x^4$

$d(x) = \sqrt{x^2 + 1/x^4}$



d(x) ist minimal, wenn der Radikand r(x) minimal ist: $r(x) = x^2 + 1/x^4 = x^2 + x^{-4}$

$r'(x) = 2x - 4x^{-5} \stackrel{!}{=} 0$;

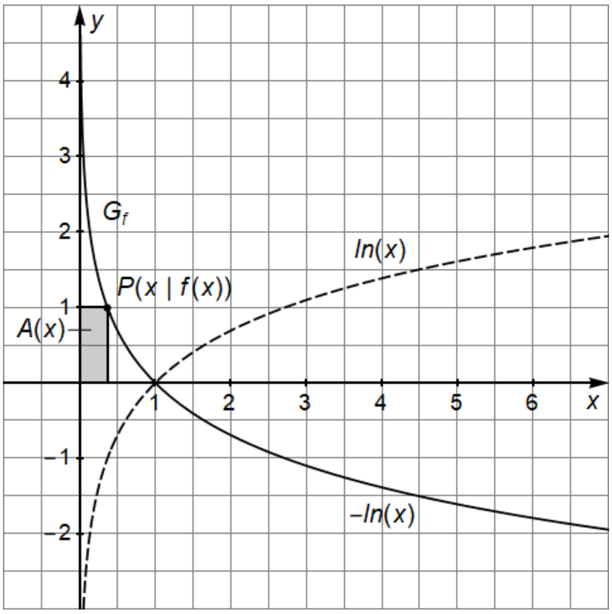
$\quad 2x = 4x^{-5}$; $x^6 = 2$; $x_{1,2} = \pm\sqrt[6]{2} \approx \pm 1{,}12$

$P_1(-\sqrt[6]{2} \mid 1/\sqrt[3]{2})$; $P_2(\sqrt[6]{2} \mid 1/\sqrt[3]{2})$

S. 60 / 2   Größter Rechteck-Inhalt

c) Rechteck: Ursprung O eine Ecke, zwei Seiten auf den Koordinatenachsen. Punkt P(x | f(x)) auf dem Graphen G_f der Funktion f.
Für welchen Punkt P ist der Inhalt der Rechteck-Fläche am größten?

$\quad f(x) = -\ln(x)$



Inhalt A = A(x) der Rechteck-Fläche:

$A(x) = x \cdot (-\ln(x)) = -x \ln(x)$

$A'(x) = -1 \cdot \ln(x) + (-x) \cdot 1/x = -\ln(x) - 1 \stackrel{!}{=} 0$

$\quad \ln(x) = -1$; $x = e^{-1} = 1/e$

Der Inhalt der Rechteck-Fläche ist am größten für
$\quad P(1/e \mid f(1/e)) = P(1/e \mid 1)$.

Mathe macht Spaß!

S. 60 / 1   Kleinste Entfernung

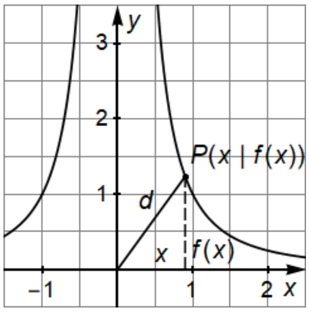
c) Welche Punkte des Graphen der gebrochen-rationalen Funktion f mit $f(x) = 1/x^2$ und $x \neq 0$ haben vom Ursprung die kleinste Entfernung?

Abstand eines belieb. Punktes P(x | f(x)) vom Ursprung:

Pythagoras:

$d^2 = x^2 + (f(x))^2$
$\quad = x^2 + (1/x^2)^2 =$
$\quad = x^2 + 1/x^4$

$d(x) = \sqrt{x^2 + 1/x^4}$



d(x) ist minimal, wenn der Radikand r(x) minimal ist: $r(x) = x^2 + 1/x^4 = x^2 + x^{-4}$

$r'(x) = 2x - 4x^{-5} \stackrel{!}{=} 0$;

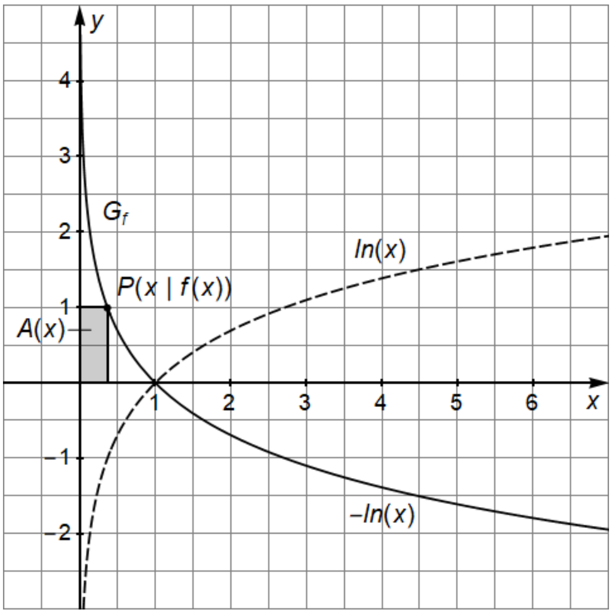
$\quad 2x = 4x^{-5}$; $x^6 = 2$; $x_{1,2} = \pm\sqrt[6]{2} \approx \pm 1{,}12$

$P_1(-\sqrt[6]{2} \mid 1/\sqrt[3]{2})$; $P_2(\sqrt[6]{2} \mid 1/\sqrt[3]{2})$

S. 60 / 2   Größter Rechteck-Inhalt

c) Rechteck: Ursprung O eine Ecke, zwei Seiten auf den Koordinatenachsen. Punkt P(x | f(x)) auf dem Graphen G_f der Funktion f.
Für welchen Punkt P ist der Inhalt der Rechteck-Fläche am größten?

$\quad f(x) = -\ln(x)$



Inhalt A = A(x) der Rechteck-Fläche:

$A(x) = x \cdot (-\ln(x)) = -x \ln(x)$

$A'(x) = -1 \cdot \ln(x) + (-x) \cdot 1/x = -\ln(x) - 1 \stackrel{!}{=} 0$

$\quad \ln(x) = -1$; $x = e^{-1} = 1/e$

Der Inhalt der Rechteck-Fläche ist am größten für
$\quad P(1/e \mid f(1/e)) = P(1/e \mid 1)$.

Mathe macht Spaß!